

Földfelszíni gyalogos közlekedés modellezése

Apáthy M. Sándor*

**Budapesti Corvinus Egyetem, Matematika Tanszék
(Tel: 0036203360408; e-mail: sandor.apathy@danastra.com)*

Összefoglaló: A földfelszíni gyalogos közlekedés modellezésére a digitális korban már rengeteg információ áll rendelkezésünkre, melyet igen jól használnak olyan vállalatok, mint a Google. De mi a helyzet abban az esetben, ha minimális információ áll rendelkezésünkre? Jelen dolgozat erre a kérdésre igyekszik választ adni. A modellezéshez szükséges két alapvető komponens a digitális földfelszín modell (DEM) és egy személyre szabott menetidőbecslő eljárás. Elsőként két olyan földfelszín modellt mutatunk be, melyek NASA földfelszín adatok alapján lettek megalkotva, majd két olyan személyre szabott menetidőbecslő eljárást ismertetünk, melyek pontosságukkal túlszárnyalják az eddigi becslő eljárásokat. A dolgozat célja, hogy egy olyan földfelszíni gyalogos közlekedési modell bemutatása, mely kevés információ alapján is képes kellően pontos menetidőbecslést adni egy adott útvonalra, míg kis számításigénye, valamint egyszerűsége alkalmassá teszi annak gyakorlati alkalmazhatóságát. Kulcsszavak: Menetidőbecslés, operációkutatás, modellezés és becslés, előrejelző eljárások, turizmus - túrázás

1. BEVEZETÉS

A digitális korban az emberek egyre inkább élik mindennapjaikat tervezetten. Nem kivétel ez alól a szabadidejük sem, melyet egyre inkább kívánnak „hatékonyan” eltölteni, ám kevés időt szánnának annak megtervezésére. Az okoseszközök elterjedésével egyre inkább életünk részévé válnak a tevékenységeinket megkönnyíteni szándékozó mobilalkalmazások. Jelen tanulmány a túraútvonal tervező applikációk menetidő becslésének pontosságát kívánja javítani.

Az optimális útvonalat kereső algoritmusokat olyan gráfon értelmezzük, melynek csúcsai a meglátogatható lokációk halmaza, míg élei a lokációkat összekötő útszakaszok. Az élköltések jellemzően az útszakasz megtételéhez szükséges időt jelölik. Ebben a tanulmányban ezeknek az élköltéseknek a minél precízebb becslésére adunk egy lehetséges megoldást földfelszíni gyalogos közlekedési modellünkkel. Bár feljegyzések alapján már az ókori Rómában is éltek feltevésekkel a hadsereg haladási sebességével kapcsolatban, az első túrázóknak szóló menetidő becslés a XIX. század végéről származik, melyet Naismith-szabályként ismerünk. Azóta ennek finomítására sokan tettek kísérletet statisztikai és ökonometriai módszerek széles skálájával, melyet a 2. szakaszban tekintünk át. Ezt követően kerül bemutatásra a digitális földfelszín modell, mellyel az egyes útszakaszok helyzetét kívánjuk minél pontosabban meghatározni. A 4. szakaszban az adatok előkészítésének ismertetése után rátérünk a két sebesség becselő eljárás bemutatására, majd azok kiértékelésére a 6. szakaszban.

2. KAPCSOLÓDÓ KUTATÁSOK

2.1. Kezdeti becslések

Az útvonaltervező algoritmusok a gráf éleit, mint lehetséges célállomások közötti élköltésért többnyire adottnak tekintik. Ez az élköltés jellemzően nem más, mint a két pont között megtett út menetideje, bár a szakirodalomban számos példa akad arra, hogy inkább a ráfordított energiát tekintik az út költségének, lásd Minetti et al. (2002). A menetidő becslését (Estimated Time of Arrival, röviden ETA) sokan és sok speciális területen kísérelték meg. A jelen tanulmány középpontjában a túrautakkal kapcsolatos menetidő becslés áll, mely alapját képezi a későbbi optimális útvonaltervezéseknek.

Már az ókori Római Birodalomban hadviselésében is nagy hangsúlyt fektettek a várható menetidő becslésére: *“A római légió katonáinak 24 mérföldet kell megtenniük 5 óra alatt a standard katonai lépést alkalmazva”*, olvashatjuk Vegetius *De Re Militari* c. művében, Renatus (1767). A túrautakra vonatkozó menetidő becslés William Naismith, skót hegymászó által meghatározott ökölszabállyal kezdődött, Naismith (1892), mely szerint 1 óra alatt 3 mérföldet (4827,9 méter) tud megtenni egy “átlagos” kondícióval bíró személy, “tipikus” terepviszonyok mellett és “normál” körülményeket feltételezve (hőmérséklet, páratartalom, szél, stb.), míg minden 2000 láb (632 méter) emelkedő további 1 órát vesz

igénybe. A gyakorlatban tehát a sík terepen és emelkedőn való mozgás ekvivalenciáját mondja ki, vagyis 1 egység emelkedő 7,92 egység sík terepen megtett távolsággal egyenlő idő alatt teljesíthető (ezt szokás 1:8 szabályként is emlegetni). Negatív meredekségű lejtőkön sajnos a szakirodalomban sok helyen a vízszintes felszínre vonatkozó becsléssel élnek a kutatók, például Scarf (2007), vagy Verriest (2008).

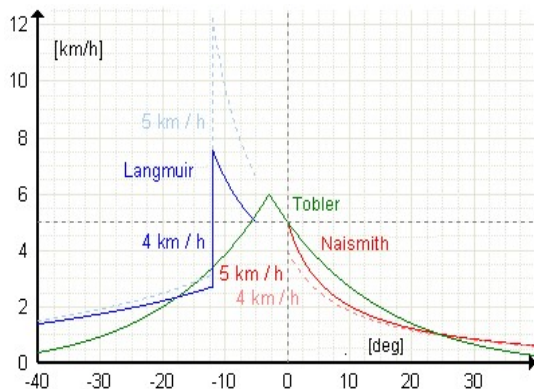
Mills (1982) állítása szerint a Naismith-szabály Colin MacLaurin skót matematikustól eredeztethető az 1740-es évekből, aki megállapította, hogy a taposómalomban dolgozó férfiak 30 fokos lejtőn tartósan nagyjából 1 láb/sec (31,6cm/sec) sebességgel tudnak haladni felfelé, vagyis óránként kicsivel több, mint 1800 láb (568,8 méter) emelkedőt tesznek meg (vertikális irányban). Akárhonnan is eredeztethető a fenti menetidő becslés, úgy tűnik, mindenképpen Skóciát illeti az érdem.

2.2. A Naismith-szabály pontosítására tett kísérletek

Az idők folyamán megannyi módosítási javaslat született:

- Aitken (1977) feltevése szerint úton és ösvényen elfogadható a Naismith-szabály, de minden egyéb felüleleten 20%-kal gyengébben teljesít a túrázó.
- Langmuir (1995) Naismith becslését ambíciózusnak tartotta, és 4km/h sebességet feltételezett sík terepen (+5 fok eltérés esetén), továbbá minden 300m-en csökkentjük a becsült menetidőt enyhe lejtőn (5-12 fok között) és növeljük 10 perccel minden 300m-en meredek lejtőn (12 foknál nagyobb). A Langmuir által javasolt függvény idő becslésére a következők szerint alakul: $T = a \times \Delta H + b \times \Delta V_a + c \times \Delta V_{dm} + d \times \Delta V_d$, ahol ΔH a horizontális elmozdulás, ΔV_a a vertikális emelkedés, ΔV_{dm} a vertikális moderált ereszkedés, és ΔV_d az erős ereszkedés, míg $a=0,72$; $b=6,0$; $c=1,9998$ és $d=-1,9998$.
- Tranter korrekciót javasol az empirikus fittségi szintek és fáradékonyság alapján, melyet az alapján becsült, hogy a túrázó mennyi idő alatt tud 1 mérföldön 1/2 mérföld emelkedőt megtenni, lásd Aitken (1977). Javasolja továbbá, hogy rossz talajon vagy nehezebb időjárási körülmények esetén a fittségi skála eredeti értékéhez képest 1-2 szintet csökkentve kaphatunk pontosabb becslést.
- Scarf (1998) arra hívja fel a figyelmet, hogy a korrekció nem csak nagyobb meredekségű emelkedő esetén használandó, de meredek lejtőn is, mely szintén igénybe veszi a túrázó képességeit.
- Tobler (1993) a gyaloglás sebességét exponenciális függvénnyel becsülte az út meredekségének függvényében. Ennek maximuma kb. 6km/h kis meredekségű lejtőn, míg a sebesség 0-hoz közelít +60 fok esetén, tehát extrém meredekségű emelkedőn vagy lejtőn.

A különféle becsléseket az 1. ábrán foglaljuk össze, ahol a becsült sebességet láthatjuk a meredekség (fokban mérve) függvényében.



1. ábra: Becslési eljárások összevetése

Látható, hogy Tobler eredményei, valamint Naismith-Langmuir görbéje pozitív értékek esetén egybe esik. Sík terepen mindkét módszer nagyjából 5km/h sebességet becsül, bár Tobler egy nagyon enyhe (-2.86°) lejtőn 6km/h maximum sebességgel számol, míg Langmuirnél -12° foknál éri el a maximum sebességet (7.5km/h), és ott - nehezen védhetően - hirtelen letörik.

Mindazokon túl, hogy a fenti becslések nem, vagy csak nehezen tudják számításba venni a terepviszonyokat, a legkritikább esetben veszik figyelembe az időjárás körülményeket, a túrafelszerelés össztömegét, a megtett úttal fokozódó fáradást, a túrázó általános fittségét (kivéve Tranter) és a pillanatnyi/napi állapotát (vagyis azt a teljesítményt, amit magához mérten pillanatnyilag nyújtani képes), ezzel a kritikával élt például Aitken (1977), Scarf (2007), vagy Fritz és Carver (2000). Mivel ezekre a vizsgált adatsorokban nincs információ, más módszerrel próbáljuk majd ezeket a becslés során figyelembe venni. Fontos megemlíteni, hogy jelen dolgozat nem terjed ki a futók, biciklizők vagy tájfutók menetidőbecslésére, mivel azok merőben más tényezőktől is függenek, mint a túrázók mozgása, így kellő adat hiányában azok külön elemzésétől eltekintünk.

2.3. Becslések az okoseszközök elterjedése óta

Az okoseszközök elterjedésével egyre több lehetősége nyílt a kutatóknak adatok gyűjtésére és annak felhasználására becslési eljárásaik során. A személyre szabott túra menetidő becslésnek ennek ellenére igen szűkös a szakirodalma. Pitman et al. (2012) polinomiális becslőfüggvénnyel közelíti a túranaplók menetidejét szakaszonként olyan változókkal, mint az adott pontig megtett út hossza (%), adott szakaszon az emelkedő mértéke, az adott pontig megtett összes emelkedés és ereszkedés (%). Ezt tovább finomítják a túrázó saját teljesítményét tükröző faktorral. A szerzők egy későbbi munkájukban kísérletet tesznek a fenti eredmények javítására biciklis túraadatokon, Pitman et al. (2013), ahol a

legközelebbi szomszéd módszerével próbálják becslésüket finomítani. Eredményeiket összevetik a regressziós modell által becsült eredményekkel, azonban a becslések mind alul maradnak a korábbi eredményekhez képest, egyrészt talán azért, mert a kerékpározkók mozgásának modellezése komplexebb feladat (a fizikai paraméterekre vonatkozó adatok nem álltak rendelkezésre), mint a túrázóké, másrészt a rendelkezésre álló túranaplók szűkösége miatt (a feldolgozott 3 túraszakaszon összesen 49 adatsor szerepelt). Ez utóbbi munkájuk jelentősége sokkal inkább abban rejlik, hogy már közösségi adatokat is alapul vevő ajánló rendszerek (Recommendation Systems) irányába mutat a túrázás területén, mely például a városnézést tervező applikációk terén korábban megjelent. A turisztikai témájú ajánló rendszerek jó összefoglalóját adja Ricci (2011). Tumas és Ricci (2009) korábban már úgy tervezett útvonalat városban, hogy a becsült érkezési időt a tömegközlekedési eszközök menetrendjéhez hangolja. Az ajánló rendszerek a jövőben tartalom alapú szűréssel (content based filtering) és érkezési időpontokra vonatkozó személyre szabott becslésekből kalkulált elérhetőségi korlátokkal határozzák meg a következő lépésben a user számára ajánlott látnivalókat, ahogy azt Höpken et al. (2010) előrevetítette. A fenti tényezőket mind figyelembe véve rangsorolhatjuk a túrázó számára elérhető, és a róla kialakult preferencia profil alapján értékes helyszíneket, melyre jó példa Garcia et al. (2010) és Letchner et al. (2006) cikke.

3. FÖLDFELSZÍN MODELL

3.1. Földfelszín modellekről általában

A korábbi szakaszban ismertetett menetidő becsülő eljárások egyik közös problémája, hogy adatok hiányában igen nehéz jól modellezni a túrázó sebességét. Bár a technika lehetővé teszi, hogy GPS eszközökkel nyomon kövessük a felhasználók mozgását, annak pontossága és megbízhatósága koránt sem megkérdőjelezhetetlen. A horizontális irányú mozgások viszonylag pontos követésére tett kísérletet egy későbbi alfejezetben mutatjuk be. Most a magasságadatokra koncentrálnunk.

A szélességi és hosszúsági adatokhoz tartozó magasságok megállapítása nem magától értetődő, mivel sajnos a GPS eszközök által adott adatok pontossága finoman szólva is megkérdőjelezhető. Saját tapasztalat alapján mondhatom, hogy 3 különböző mobil helymeghatározó eszközzel mért magasság adatok között a Dobogókőn nagyjából 120 méteres eltérés volt tapasztalható a legkisebb és legnagyobb mért magasságérték között adott ponton. Ez ráadásul nem konzisztens, tehát más helyszínen mérve ezek a különbségek változnak. A helyzetet tovább nehezíti, hogy felhős időben még pontatlanabb értékeket mutatnak ezek az eszközök. Mindent egybevetve a GPS által rögzített túranaplók (tracklogok) magasság adatai nem használhatóak a menetidőbecslés során, mert az egyes útszakaszok meredekségének helyes kalkulálásához elegendően pontos magasság adatokra van szükségünk. A földfelszínt e célból a digitális magasság modellekkel (*Digital Elevation Model*,

röviden DEM) szokták közelíteni. Bár rengeteg létezik, közös tulajdonságuk, hogy bizonyos elvek mentén egy jól körülhatárolt területhez (szélességi és hosszúsági adatokkal definiáltan) egy magassáértéket rendel. A magasság modellek áttekintésére alkalmas összefoglalót nyújt Hirt et al. (2010).

Az általam használt magasságadatok a NASA által nemrégiben közzétett adatokon alapszanak, NASA (2011). Ez lényegében 30×30 méteres négyzetekre osztja a földfelszint, és ezekhez rendel magasság értékeket. Létezik az USA egyes területeire 10 és 15 méteres finomságú felosztás is, ám ez a teljes világra nem elérhető, és túranaplóink Magyarország területén készültek.

Amennyiben a túranaplók néhány másodperces frekvenciával tartalmaznak helyzeti adatokat, akkor két ilyen megfigyelési pont könnyen kerülhet azonos 30×30 méteres négyzetekbe, mely azt eredményezi, hogy az adott szakasz meredeksége 0, holott valójában ez a legkritkább esetben fordul elő, és javarészt emelkedők és ereszkedők során haladunk végig. A másik tipikus hiba akkor áll elő, mikor egy 30×30 méteres négyzet szélén haladva egyik pillanatról a másikra látszólag hatalmasat ugrik a magasság érték, amint egy másik négyzetre léptünk át. Mivel hasonló eredményt kapunk a túraszakaszaink döntő többségére, így a NASA magasság modellje nem alkalmas önmagában arra, hogy magasság adatokat rendeljünk a horizontális megfigyeléseinkhez. A földfelszín pontosabb közelítésére több technika létezik, akár a mozgóátlagok képzése, akár a lineáris regressziós modellek alkalmazása. A szóba jövő technikák és azok eredményességének összehasonlítását foglalja össze cikkében Skidmore (1989). A bemutatott 6 modell mindegyike szignifikánsan jobb eredményt ad, mint a kiindulásként alkalmazott DEM, de közülük is a két lineáris regresszió alapuló eljárás a legeredményesebb. Ezek komoly számítási igénye miatt mi két másik, saját eljárást mutatunk be. Mint látni fogjuk, ez a megoldás jó közelítést adja a valós földfelszínnek és szignifikánsan jobb eredményt biztosít, mint a NASA magasság modellje.

3.2. A négyszög-modell

Az alábbiakban egy saját digitális földfelszín modell kerül bemutatásra ebben az alfejezetben.

Számításaink során az alábbi feltevésekkel élünk:

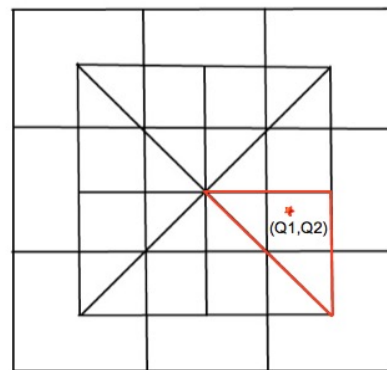
- Minden négyzetnek ismert a 4 csúcának helyzete (szélességi és hosszúsági koordináták)
- Minden négyzethez hozzá van rendelve 1 db magasság adat.

A NASA adatoknak köszönhetően ezen feltevéseink teljesülnek. Vegyük az adott ország minimális téglalap lefedését, mely 30×30 méteres négyzetekre van felosztva, és minden négyzethez tartozik egy magasság érték is, így négyzeteink valójában eltérő magasságú, négyzet alapú hasábok.

Földfelszín modellünk lényege, hogy a különböző magasságú, négyzet alapú hasábok helyett közelítsük a felületet a hasábok tetején elhelyezkedő szomszédos négyzetek középpontjai által kifeszített háromszögek összességével. Egy adott hasáb 8 másikkal szomszédos.

Kössük össze minden hasáb fedőlapjának középpontját a vele szomszédos 8 másik fedő négyzet középpontjával. Így minden négyzet-hármas középpontja meghatároz egy háromszöget. Ezek vízszintes síkra vonatkozó merőleges vetülete minden esetben egy derékszögű, egyenlőszárú háromszög (lásd a 2. és 3. ábrán).

Számozzuk be fentről lefelé sorban haladva balról jobbra a hasábok alapját képező négyzeteket, és kapják ezt i indexként. A négyzetek csúcspontjait jelölje rendre: $(N_{i,1}, N_{i,2}, N_{i,3}, N_{i,4})$, ahol $N_{i,j} = (x_{i,j}, y_{i,j})$, így a négyzet középpontjának koordinátái: $N_{i,c} = ((x_{i,1} + x_{i,2} + x_{i,3} + x_{i,4})/4, (y_{i,1} + y_{i,2} + y_{i,3} + y_{i,4})/4)$. Feltételezzük, hogy a négyzetek középpontja éppen a négyzethez rendelt m_i magasságon



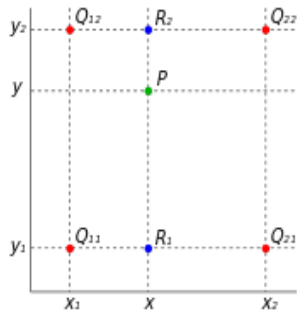
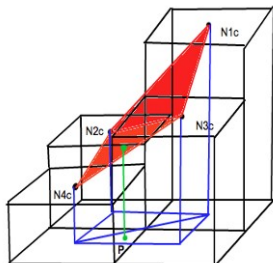
helyezkedik el.

2. ábra: Földfelszín raszter

Kellően sűrű túranapló esetén ez igen jó közelítést adja a két rögzített pont közötti magasságkülönbségeknek. Bár nem tekinthetjük köbe vésett igazságnak, hogy a Google földfelszín közelítő alkalmazása által nyújtott magasság adatok helyesek, mi most ezt tekintjük viszonyítási alapnak. Az általunk kalkulált magasságértékeket a Google értékeivel vetettük össze a világ teljes felszínén 10000 mintapontot felvéve. Eljárásunkkal átlagosan 13cm-rel kaptunk magasabb értékeket, mint a Google magasságértékei. Ez a GPS eszközök által nyújtott helyenkénti 120 méteres eltérésekhez képest elenyésző.

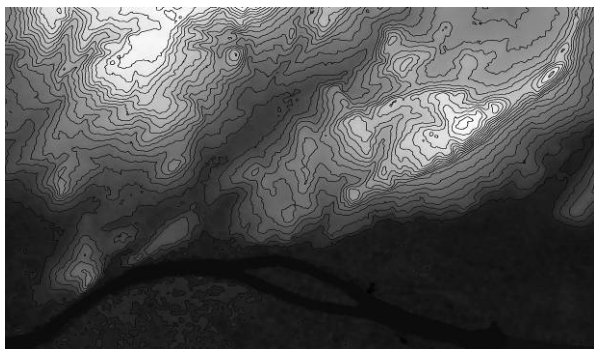
Az általam alkalmazott földfelszín közelítés a bilineáris interpoláció elvén alapszik, Getreuer (2011), ahol a 4 egymás melletti négyzet alapú hasáb fedőlapjainak középpontjaira számolt átlagokkal közelítjük a valódi felszín (lásd a 3. ábrán). Ekkor a felszínen adott P pont magasság koordinátáját úgy számoljuk, hogy a négyzetek felszínre eső merőleges vetületeivel vett téglalapok területének arányában súlyozzuk a megfelelő középpontokhoz tartozó magasság értékeket (lásd a 4. ábrán). Fontos megemlíteni, hogy az $(N_{1,c}, N_{2,c}, N_{3,c}, N_{4,c})$ csúcok a legkritkább esetben esnek egy síkba, így a földfelszín sem az általuk kifeszített “négyzetekkel” közelítjük, hanem a helyvektoraik konvex kombinációjaként előálló vektorok összességével. Ennek értelmében a számított

pont is csak véletlenül eshet ($N_{1,c}$, $N_{2,c}$, $N_{3,c}$, $N_{4,c}$) csúcsok közül bármelyik három által kifeszített síkba.



3. ábra: Négyzög-modell 4. ábra: Bilineáris interpoláció

Az így számított magasságot ismét összevetettük a Google alkalmazás által kalkulált értékekkel a korábbihoz hasonló módon, és kevesebb, mint 1 cm-en belüli eltérést tapasztaltunk, mely sejteti, hogy a Google is hasonló elvek mentén és hasonló alapadatokból, NASA (2011)), készítette földfelszín modelljét, mint a mi “négyzög-modellünk”, ám erről további információ hiányában nem mondhatunk biztosat. A modell által adott vizualizációt az 5. ábrán láthatjuk.



5. ábra: Buda a négyzög-modellel

4. MÓDSZERTAN

4.1 Az adatok tisztítása

A korábbi kutatások során felhasznált adatok mennyisége és minősége is nehezítette a pontos becslési eredmények elérését, így célul tűztem ki nagymennyiségű túraadat összegyűjtését és annak átgondolt előkészítését. A tanulmányban felhasznált nyers adatokat a turautak.hu oldal működtetőivel való együttműködés keretein belül vált

hozzáférhetővé. A rendelkezésünkre bocsátott mintegy 35.000 túranapló az ország teljes területét lefedi. Mivel a túrázók gyakran nem csak gyalogos, de biciklis, vagy akár autós szakaszokat is feltöltöttek, így az adatokat szűrni voltunk kénytelenek. Az alábbi elvek mentén távolítottuk el a túranaplók egy részét:

- a túl rövid túrákat (ahol nem volt legalább 120 megfigyelt szakasz, azaz 40 perces, egybefüggő túra)
- a nem összefüggő, de összefűzött túrákat (ahol a túranapló tulajdonosa több, egymástól időben vagy térben elváló túrákat fűzött össze)
- azon túrákat, melyek 8m/s-nál magasabb sebességű szakaszokból több, mint 5-öt tartalmaztak (hiszen itt vélhetően biciklis, vagy autós túrákról lehet szó)
- a 0.5m/s-nál alacsonyabb átlag sebességű túrákat, mert ott vélhetően inkább sétáról lehetett szó
- a 3,5m/s-nál nagyobb átlagsebességű szakaszokat, mert ezek inkább futók vagy biciklisek túranaplói lehetnek

A megmaradt 2400 túranaplóból eltávolítottuk még a 0,15m/s alatti sebességű szakaszokat (pihenők, stb), valamint a 3,5m/s feletti szakaszokat, mivel azok sebessége már inkább futást, vagy biciklizést jelent. Fontos kiemelni, hogy az általam tanulmányozott szakirodalomban egy elkalommal sem találtam példát ilyen mennyiségű túraadaton végzett vizsgálatra. A Pitman et al. (2012) cikkében szereplő 360 túranaplón végzett becslés történt eddig a legnagyobb adathalmazban. A nyers adatok Kalman-filter segítségével lettek simítva, mivel jelenleg ez az általános és széles körben használt eljárás GPS-ből nyert helyzeti adatok kiigazítására. Bár néhol találunk példát arra, hogy legkisebb négyzetek módszerével, vagy mozgó átlaggal simítják a túranaplókat (ami a kanyarokat kifejezetten rosszul kezeli, szisztematikusan túlbecsülve ezzel a sebességet), a Kálmán-filter nagy előnye, hogy nem csak a helyzeti adatokat veszi figyelembe, de a sebesség adatokat is, továbbá a GPS eszköz által szintén tárolt pontossági adatokat, a GDOP-ot (Geometric Dilution of Precision), Swanson (1979). Ez GPS-ek pontatlanságát mérő mutató, mely egyrészt függ a mérésben részt vevő műholdak számától (min. 3, jobb esetben 4 darab), illetve azok egymáshoz viszonyított elhelyezkedésétől. A gyakorlatban a polgári célú GPS eszközök pontossága kb 3 méter. A Kálmán-filter GPS adatokon történő alkalmazásáról bővebben Goh et al. (2007) cikkében olvashatunk.

A túrázáshoz használt mobil applikációknak, valamint folyamatos GPS kommunikációnak köszönhetően már rendelkezésünkre állnak nagy pontosságú, időbélyeggel ellátott helyzeti adatok, melyek segítségével a teljes túra nyomkövethető. Mivel az egyes felhasználók eszközei különböző frekvenciával rögzítik az adatokat, így az összehasonlíthatóság érdekében az összes általunk használt túranaplót, sztenderd módon, 20 másodperces frekvenciájú adatpontokból álló sorozattá transzformáltuk. Ezt követően a 2-dimenziós (szélesség- és hosszúság értékekhez) hozzárendeltük a földfelszín modellünk magasság értékeit az alábbi módon: a NASA magasság adatbázisa, mely elérhető mindenki számára, a földfelszín 30×30 méteres négyzetekre

osztja, és minden négyzethez egy magasság értéket rendel hozzá. Mivel földfelszín ilyen közelítése nem elegendően pontos számunkra, az egyes szélességi és hosszúsági koordináta párokhoz a NASA adatokra alapozva bilineáris interpolációval adtunk közelítést, Getreuer (2011). Vizsgálatunk alapján ez az eljárás átlagosan 1,4 cm-re tér el a Google földfelszín adataitól, mely jelenleg piaci szatellitadatok alapján számolt magasság értékeket hozzárendelve a 2-dimenziós túranaplókhoz már 3-dimenziós adatsorokat kaptunk, melyhez rendelkezésünkre állnak a hozzájuk tartozó időbélyegek is.

4.2. Elemzéshez felhasznált adatok

Az előzőekben ismertetett eljárással nyert adatokat használ: Helyzeti adatok: a szélességi és hosszúsági adatok rögzítésre kerültek a túranaplóban, melyekhez magassági adatokat rendeltünk az általunk készített földfelszín modell segítségével. A szokásos jelölésekkel a helyzeti pontok sorozata legyen $Q=(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$, ahol Q_i a túranapló i -edik pontjának 3-dimenziós koordinátáit jelöli.

Idő: az egyes szakaszok kiindulási- és végpontjaihoz a GPS által rendelt időbélyegeket használtuk fel a 20 másodperces szakaszokká transzformáláshoz. Jelölje a $Q=(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$ lokációk és a hozzá tartozó időpontok sorozatát $t=(t_1, t_2, \dots, t_n)$. Sebesség: az egyes szakaszokra átlagsebességet számolunk, ahol a megtett út a szakasz 3 dimenzióban meghatározott kiindulási- és végpontjainak koordinátáiból számolunk, míg az eltelt idő a kezdeti és végponti időpontok különbsége. Így az $(i-1)$ -edik ponttól az i -edik pontig tartó szakasz átlagsebessége $v_i = \text{dist}(Q_i - Q_{i-1}) / (t_i - t_{i-1})$.

Emelkedő mértéke: két pont közötti átlagos emelkedési szöget tudunk számolni a magassági adatok különbségéből, valamint a szélességi és hosszúsági adatokból. Itt fontos megemlíteni azt a megfontolást, ami alapján az adatok rögzítésének frekvenciáját meghatároztuk. Amennyiben a frekvencia túl alacsony, akkor az adott útszakaszon szignifikáns emelkedés és ereszkedés is lehetséges egyidejűleg, aminek mi a különbségét vesszük figyelembe számításunk során, illetve egyértelműen nem egyenesen közlekedünk két pont között szélességi és hosszúsági dimenziókban sem. Mi tehát az adott szakaszon a kezdeti és végpontot összekötő egyenes szakasszal közelítjük a túra útvonalát, mely nagyobb szakaszokon erősen alulbecsülheti az útszakasz valós hosszát. Ha tovább növeljük az adatpontok frekvenciáját, azzal viszont több zajt viszünk a gps pontatlanságból adódóan az adatokba. Jelen tanulmányban a fentiek szem előtt tartva tehát 20 másodperces frekvenciájú adatokon végeztük elemzéseinket. Az egyes szakaszok átlagos meredeksége számítható a szakasz kezdeti- és végpontjának koordinátáiból: $Q_i(Q_{i,1}, Q_{i,2}, \dots, Q_{i,3})$ és $Q_{i-1}(Q_{i-1,1}, Q_{i-1,2}, \dots, Q_{i-1,3})$ pontok esetén:

$$\Theta = \arctg \left(\frac{Q_{i,3} - Q_{i-1,3}}{\sqrt{(Q_{i,1} - Q_{i-1,1})^2 + (Q_{i,2} - Q_{i-1,2})^2}} \right)$$

Feladatunk tehát becslést adni az egyes szakaszokhoz tartozó v_i^* átlagsebességekre, ebből ugyanis már könnyen számolható a teljes útra vonatkozó menetidő az alábbi módon:

A következőkben rátérünk az általunk javasolt becslési eljárás ismertetésére.

4.3. A sebesség becslése a meredekség függvényében

Az egyes szakaszokra vonatkozó sebesség-meredekség párokat tekintve (az outlierektől a korábbiakban leírt módszerrel való megtisztítás után) 1/4 fokként haladva a meredekségi adatokon, az adott érték körüli $\pm 0,125$ fokos intervallumban található sebességek számtani átlagát véve számolunk egy átlagos sebesség értéket minden negyed fokhoz a meredekség skálán. Az R statisztikai szoftver lm (linear model) csomagja segítségével illesztünk az átlagokra közelítő görbéket legkisebb négyzetek módszerével, mely QR mátrix dekompozíciós eljárásról alapszik. A módszerről bővebben Gulliksson és Wedin (1992) cikkében olvashatunk. Az illesztett görbe a $[-0,15; 0,15]$ intervallumon egy 10-ed fokú polinom, míg a széleken egy-egy exponenciális függvényt illesztettünk az átlagokra. Ennek legfőbb oka, hogy korábbi kutatási eredményeink alapján a Tobler-görbe maximum pont körül rosszul illeszkedik valós adatokra, így azt minél inkább igyekeztünk lekövetni egy polinommal, másrészt a polinom a széleken rendszerint rosszul illeszkedik, ezért a gyakorlatnak sokkal inkább megfelelő (a széleken a vízszintes tengelyhez simuló) görbét kerestünk.

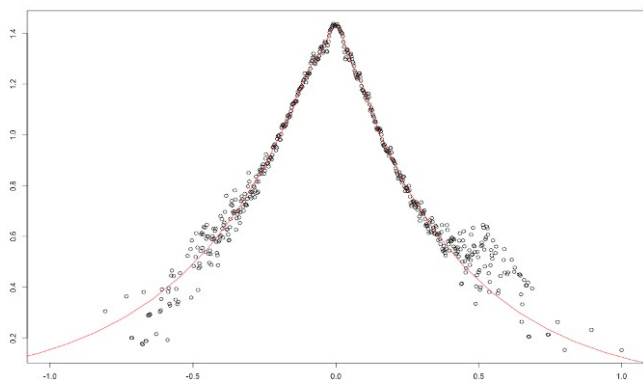
Az illesztés eredményeként az alábbi sebességet becslő függvényt kaptuk:

$$v(m) = \begin{cases} e^{2.3203m+0.4462} & | m \in (-\infty; -0,15) \\ p(m) & | m \in [-0,15; 0,15] \\ e^{-2.4672m+0.3769} & | m \in (0,15; \infty) \end{cases} \quad \text{adott}$$

ahol m az szakasz meredekségét jelöli, míg $p(m)$ polinom együtthatóit és az illesztés tesztstatistikáit összefoglaló táblázatot a 2. mellékletben találjuk. A sebességet a meredekség függvényében becslő $v(m)$ görbénket a 6. ábrán láthatjuk. A sebességet (m/s) mérő függőleges skálán jól látható, hogy nagyjából 5km/h a becsült maximális sebesség az átlagok alapján, szemben. Tobler 6km/h-s maximális sebességével. A maximumhely, Tobler eredményéhez hasonlóan, nagyjából -2° körül található. Az illesztett görbék tesztstatistikái alapján elmondható, hogy mindhárom szakaszon van kapcsolat az adott szakaszon mért sebességek átlaga és szakaszok meredeksége között, erre utal a magas korrigált R^2 érték,

valamint a magas F-statisztika értékek (a hozzájuk tartozó rendkívül alacsony p-értékekkel). Az abszolút értékben kisebb meredekségű szakaszokra illesztett magasabb fokszámú polinom okán fontosnak tartottuk a korrigált R^2 mutatóra hagyatkozni, elkerülendő a $v_n^* = \frac{\sum_{i=1}^n b_{i-1}}{n-1} v(m_i)$ túlillesztést. Az illesztett $v(m)$ görbét, mint azt a következő alfejezetben látni fogjuk, pontosabb menetidőbecslést tesz lehetővé, mint a Tobler-görbe.

$(b_1+b_2)v(m_3)/2$ lesz. Általánosan az n-edik szakasz sebességének a becslése az alábbiak szerint történik:



6.ábra: Az átlagsebességekre illesztett becslés

5. EREDMÉNYEK

Az előző alfejezetben ismertettük a túrázó sebessége és a túraszakasz meredeksége között becsült összefüggést a Tobler-görbe nyomán. Ezt alapul véve a jelen szakaszban a menetidőbecslő eljárást ismertettünk, melyet a korábban bemutatott 2400 túranaplón teszteltünk.

5.1. Meredekség alapú eljárás

A korábbiakban bemutatott eljárás szerint illesztünk sebességet becsülő görbét a tesztalmezben szereplő túranaplók szakaszainak meredekség-sebesség párojaira, majd ezt személyre szabjuk az alábbiak szerint: A túraút első 20 másodperces szakaszának meredeksége legyen m_1 , ekkor ennek sebességét becsüljük az illesztett $v(m)$ görbe alapján $v(m_1)$ -gyel. A második szakasz sebességének becslésénél már felhasználjuk, hogy az előző szakasz becsült értékét össze tudjuk hasonlítani a valós adattal (túra közben). A valós és becsült sebesség arányát tekinthetjük ezt egy fittségi faktornak, mely adott meredekség mellett az átlagos túrázó sebességétől vett eltérését mutatja. Legyen ennek értéke $b_1 = v_1/v(m_1)$. Ekkor a második szakasz becsült sebessége legyen $b_1 v(m_2)$, ahol m_2 a második 20 másodperces szakasz meredeksége. A harmadik szakasz sebességének becslésekor már felhasználjuk a 2. szakasz megfigyelt fittségi faktorát is, és vesszük a számtani átlagukat, tehát a becsült sebessége

Ezzel az út közben történő kiigazítással a teljes úthosszra tett becslést jelentősen javíthatjuk, hiszen olyan befolyásoló körülményeket tudunk részben leképezni, mint az időjárás viszonyok, vagy a túrázó aktuális napi erőnléti szintje. Bár az első néhány szakaszon (jellemzően az út első 10%-án) az ingadozó fittségi faktor értékek miatt még pontatlan az eljárás, a továbbiakban - mint azt látni fogjuk - igen jó becslést adhatunk ezzel a menetidőre. A kísérlet során megpróbáltuk ezt a fittségi faktort nem csupán “globálisan” meghatározni egy adott túrázó esetén, de akár meredekségi intervallumokra külön-külön. Gyakorlati tapasztalatunk szerint enélkül ugyanis figyelmen kívül hagyjuk, ha valaki sík terepen kiválóan teljesít ugyan, de az emelkedőkre rosszul reagál. Mivel azonban így több faktort is becsülnünk kell a túra során, ezért mire azok értékei “stabilizálódnak”, már jellemzően igen sok szakaszt megtett a túrázó, így összességében ezzel a kiterjesztéssel rosszabb eredményeket értünk el, mintha csak egy fittségi faktort becsülnénk.

5.2. Az átlagsebesség alapú menetidőbecslés

Az eljárás a túra első 20%-ában az illesztett sebességgörbe alapján becsli a sebességet a teljes útra, miközben minden szakasz sebesség értékeit elraktározza. Legyen az i-edik, már megtett szakasz megfigyelt sebessége v_i , ekkor az n-edik szakasz (mely már túl van a túra első 1/5-én) sebességét az alábbiak szerint becsüljük:

$$v_n^* = \frac{\sum_{i=1}^n v_{i-1}}{n-1}$$

tehát egyszerűen vesszük az előző n-1 szakaszon megfigyelt sebességek átlagát. Jellemzően a túra első 1/5-ében ez az eljárás még nem ad jó sebességbecslést, ezért kell ott helyettesítenünk az illesztett sebességgörbe által adott becsléssel. A következő alfejezetben összegezzük a becsülő eljárásaink jószágának vizsgálatait.

1. táblázat: A három eljárás MARE értékeinek összehasonlítása

	MARE_mer	MARE_mer_out	MARE_atl	MARE_atl_out	MARE_Tobler
Teszt_1	11,90%	9,51%	13,00%	9,47%	17,06%
Teszt_2	11,41%	9,38%	12,87%	9,56%	16,74%
Teszt_3	11,01%	9,36%	12,89%	9,66%	17,38%
Teszt_4	11,95%	9,00%	12,74%	9,98%	16,72%
Teszt_5	11,44%	9,38%	12,55%	10,03%	17,80%
Teszt_6	11,64%	9,44%	13,26%	9,60%	18,25%
Teszt_7	11,59%	9,63%	13,56%	9,92%	16,35%
Teszt_8	11,91%	9,30%	12,73%	10,24%	19,48%
Teszt_9	11,55%	9,15%	12,49%	10,18%	17,09%
Teszt_10	11,36%	9,53%	13,33%	9,85%	16,76%
átlag	11,58%	9,37%	12,94%	9,85%	17,36%

7.ábra: A három eljárás MARE értékei (MARE - megtett út %)

6. AZ EREDMÉNYEK KIÉRTÉKELÉSE

Becslésünk pontosságát mérendő, szeretnénk azt a Tobler-görbe alapján kalkulált becslésekkel összevetni.

Összehasonlítási mértékként mi is, akárcsak Pittman et al. (2012), az átlagos abszolút relatív hiba (mean absolute relative error, röviden MARE) értékét használjuk, mert egyformán bünteti az alul- és felülbecslést is. A teljes utat 100 részre bontjuk, és p -vel jelöljük, hogy az ut hány százalékánál tartunk. Az i -edik útra a p -edik szakaszhoz tartozó, mért adatokon alapuló hátralévő időt jelölje r_{ip} míg az általunk becslült hátralévő időt r^*_{ip} .

$$MARE(p) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{r_{ip} - r^*_{ip}}{r_{ip}} \right|$$

A számításnál a 2400 túrából álló adatbázisunkat tanuló- és teszt adathalmazra (75-25%) bontottuk véletlen módon. A tanuló adathalmaz alapján végeztük a 4. szakaszban bemutatott görbe illesztését a sebesség átlagokra (a meredekség függvényében), majd az így kapott görbét alkalmaztuk a teszt adathalmazon a már ismert két módszer szerinti menetidőbecslő eljárások során. Ezt az eljárást 10-szer alkalmaztuk egymás után, és a fenti képlet alapján kalkulált MARE értékeket az 1. táblázatban foglaltuk össze (az out végződésű oszlopban a vonatkozó kalkulációs eljárás értékei szerepelnek 20%-nál magasabb MARE értékek nélkül).

A MARE értékek azt mutatják, hogy az illesztett sebességgörbén alapuló eljárás teljesít a legjobban, míg azt nem sokkal lemaradva követi az átlagsebességre épülő becslésünk. Mindkét eljárás által becslült eredmények szignifikánsan jobbak a Naismith-szabály által prognosztizált menetidőknél, sőt a Pitmanék által javasolt módszer eredményeinél is átlagosan nagyjából 5 százalékponttal jobb becslést ad, bár utóbbit sajnos nem tudtuk összevetni a saját eredményeinkkel azonos adatbázison végzett tesztekkel. A teszt túranaplókon végzett menetidőbecslések MARE értékeit mindkét vizsgált eljárásra a 7. ábrán foglaltuk össze (a piros a meredekségen, a fekete az átlagsebességen alapuló eljárást jelöli, míg kézzel tüntettük fel a Tobler-görbe alapján becslült menetidők MARE értékeit).

Ezen MARE értékek mindkét eljárás esetében a 10 elvégzett kísérlet számtani átlaga alapján kerültek kiszámításra. Amit érdemes megemlíteni, hogy az első szakaszokon eljárásunk gyengébben teljesít, hiszen ezen szakaszok alapján becsljük az individuális korrekciókat a sebességekre. A középső 60%-on jól teljesít a becslés, csupán az utolsó 20% az, ahol az eredmények romlanak, amit több okra vezethető vissza. A relatíve kevés hátralévő adatponton a kisebb variancia is nagyobb hatással van az eredményekre. Sajnos arra vonatkozóan nincsenek adataink, hogy a 360 túra közül melyek lehettek teljesítménytúrák, ahol szokás a végén hajrázni. Versenyhelyzettől vagy időkorláttól függetlenül is sokan új erőre kapnak a cél közelében. Nem számoltunk a túrázók kifáradásával, mely teljesítményük romlásához vezet. Ez főleg a kevésbé fitt populációt érinti.

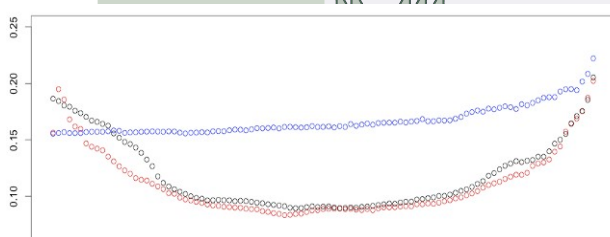
Eredményeink alapján tehát a Tobler-görbét alapul véve kisebb pontosságú menetidőbecslést kaptunk, mint saját becslt sebesség-meredekség összefüggésünk alapján, továbbá elmondható, hogy a meredekség alapú menetidőbecslő eljárás is szignifikánsan jobb a Tobler által adott becslésnél, de pontatlanabb, mint a meredekség alapú közelítés.

A kétmintás t-próba alapján elutasítjuk a nullhipotézist, miszerint a két új eljárás, valamint a Tobler-módszer MARE értékeinek átlaga megegyezik. A t-próba eredményeit a 1. mellékletben találjuk.

7. KONKLÚZIÓ ÉS KUTATÁSI TERVEK

Tanulmányunkban arra tettünk kísérletet, hogy túrautak menetidejének becslésére adjunk egy a jelenlegieknél pontosabb megoldást. A dolgozat egy kiemelkedő teljesítménye a bemutatott digitális földfelszín modell megalkotása volt, mely lehetővé tette az egyes útszakaszok igen pontos 3-dimenziós helyzetének becslését. A rendelkezésünkre álló túranaplók alapján elsőként adtunk egy teljes populációra vonatkozó sebességbecslést az adott szakaszok meredekségének függvényében, mely a Tobler-görbe pontosságát igyekezett javítani. Erre építve két eljárást dolgoztunk ki: az egyik a kezdeti átlagsebesség értékeket megfigyelve tisztán azok alapján becslíti a túra hátralévő részére a menetidőt, míg a másik eljárás a teljes populációra illesztett sebesség-meredekség görbe alapján becslt menetidőket szabja személyre az egyéni eredmények alapján dinamikusan becslt fittségi faktorokkal. Mindkét eljárás túlszárnyalja pontosságát tekintve az eddig ismert menetidőbecslő eljárásokat, és egyszerűségüknek köszönhetően igen alacsony a számítási igényük, így azok mobil alkalmazáson történő implementációja is indokolt. A becslések további javítására több terv is született a munka során.

A későbbiekben továbblépési lehetőség lenne a modellben szerepeltetett magyarázó változók bővítése, úgy mint a túrafelszerelés összátmege, időjárás körülmények, az út típusa vagy az adott pontig eltöltött teljes pihenőidő, melyeket most - adatok hiányában - mellőztünk. Sajnos a



S
3-5
2-8

rendelkezésünkre álló adatok további terveink kivitelezéséhez nem elegendők, érdemes lehet a későbbiek során megvizsgálni, hogy becslő eljárásunk pontossága javítható-e egy vagy akár több további magyarázó változó szerepeltetésével.

Fritz, S. - Carver, S. (2000): *Modelling remoteness in roadless areas using GIS*, In: Parks, B.O. - Clarke, K.M. - Crane, M.P. (editors): *Problems, Prospects and Research Needs*, in Proceedings of the 4th International Conference on Integrating GIS and Environmental Modelling (GIS/EM4), No. 157.

Garcia, A. - Arbelaitz, O. - Linaza, M. T. - Vansteenwegen, P. - Souffriau, W. (2010): *Personalized tourist route generation*, in Proceedings of the 10th International Conference on Current Trends in Web Engineering, pp. 486–497.

Getreuer, P. (2011): *Linear Methods for Image Interpolation, Image Processing On Line*, Vol. 1.

Goh, M.S. - Shen, D.F. - Hong, S.H. (2007): *Processing of GPS Data with Difference HDOP in Guide Robot for the Visually Impaired*, International Journal of Computer Science and Network Security, Vol. 7, No.10, pp. 90-97.

Gulliksson, M. - Wedin, P. (1992): *Modifying the QR-Decomposition to Constrained and Weighted Linear Least Squares*, SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, Vol. 13, No. 4, pp. 1298-1313.

Hirt, C. - Filmer, M.S. - Featherstone, W.E. (2010): *Comparison and validation of recent freely-available ASTER-GDEM ver1, SRTM ver4.1 and GEODATA DEM-9S ver3 digital elevation models over Australia*, Australian Journal of Earth Sciences, Vol. 57, No. 3, pp. 337-347.

Höpken, W. - Fuchs, M. - Zanker, M. - Beer, T. (2010): *Context-based adaptation of mobile applications in tourism*, Information Technology and Tourism, Vol. 12, No. 2, pp. 175–195.

Langmuir, E. (1995): *Mountaineering and Leadership*, 3rd ed. SportsScotland.

Letchner, J. - Krumm, J. - Horvitz, E. (2006): *Trip router with individualized preferences (trip): incorporating personalization into route planning*, in Proceedings of the 18th Conference on Innovative Applications of Artificial Intelligence, Vol. 2, pp. 1795–1800.

Mills, S. (1982): *Naismith's rule*, Climber and Rambler, Vol. 21, pp. 47.

Minetti, A.E. - Moia, C. - Roi, G.S. - Susta, D. - Ferretti, G. (2002): *Energy cost of walking and running at extreme uphill and downhill slopes*, Journal of Applied Physiology, Vol. 93, pp. 1039–1046.

Naismith, W. (1892): *Notes and queries*, Scottish Mountaineering Club Journal, Vol. 2, p. 133.

1. melléklet: A kétféltés Welch-teszt eredményei

	mer.ill - ad.ill	mer.ill - Tobler	ad.ill - Tobler	mer - Tobler.ill
t-value	1,797	17,429	14,086	6,439
p-value	0,0740	< 2.2e-16	< 2.2e-16	1.02e-09
mer_mean	0,1158	0,1158	-	0,1158
ad.ill_mean	0,1294	-	0,1294	-
Tobler_mean	-	0,1668	0,1668	0,1348
DF	194,88	135,78	130,79	183,72
95%conf.int.	-0,0008	0,0493	0,0411	0,0164
95%conf.int.	0,0161	0,0619	0,0546	0,0309
Ho	rejected	rejected	rejected	rejected

2. melléklet: A $p(m)$ polinom együtthatói és az illesztés tesztstatisztikái

	coeff	std. err.	t value		p(m)	exp1	exp2
0	1,422E+00	4,011E-03	354,59 0	RSE	0,01648	0,04387	0,03422
1	-1,708E-01	1,466E-01	-1,165	adj. R ²	0,9774	0,9359	0,9649
2	-6,566E+01	5,107E+0 0	-1,2858	Degr. Freedom	124	112	113
3	-8,371E+01	7,463E+0 1	-1,122	F stat	581,4	1652	3135
4	1,129E+04	1,689E+0 3	6,686	p-value	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16
5	1,156E+04	1,201E+0 4	0,962				
6	-1,075E+06	2,132E+0 5	-5,041				
7	-6,130E+05	7,470E+0 5	-0,821				
8	4,643E+07	1,131E+0 7	4,104				
9	1,112E+07	1,570E+0 7	0,708				
10	-7,398E+08	2,126E+0 8	-3,480				
exp1_coeff	2,3203	0,05709	40,65				
exp1_interc	0,4462	0,01617	27,60				
exp2_coeff	-2,4672	0,04407	-55,99				
exp2_interc	0,3769	0,01253	30,08				

Hivatkozások jegyzéke

Aitken, R. (1977): *Wilderness Areas in Scotland*, unpublished Ph.D. Thesis. University of Aberdeen. Aberdeen.

NASA (2011):

<http://e4ftl01.cr.usgs.gov/SRTM/SRTMGL1.003/2000.02.11/>

Pitman, A. - Zanker, M. - Gamper, J. - Andritsos, P. (2012): *Individualized hiking time estimation*, in Proceedings of the 23rd International Workshop on Database and Expert Systems Applications, pp. 101-105.

Pitman, A. - Bernhart, J. - Posch, C. - Zambaldi, M. - Zanker, M. (2013): *Time-of-arrival estimation in mobile tour guides*, in Proceedings of the 20th Conference on Information and Communication Technologies in Tourism (ENTER), pp. 7-81.

Renatus, F. V. (1767): *De Re Militari Book I: The Selection and Training of New Leviess*, english translation by John Clarke, p. 390.

Ricci, F. (2011): *Mobile Recommender Systems*, Journal of Information Technology & Tourism, Vol. 12, No. 3, pp. 205-231.

Scarf, P. (1998): *An empirical basis for Naismith's rule*, Mathematics Today, Vol. 34, pp. 149-151.

Scarf, P. (2007): *Route choice in mountain navigation, Naismith's rule, and the equivalence of distance and climb*, Journal of Sports Science, Vol. 25, No. 6, pp. 719-726.

Skidmore, A.K. (1989): *A Comparison of Techniques for Calculating Gradient and Aspect from a Gridded Digital Elevation Model*, International Journal of Geographical Information Science, Vol. 3, No 4, pp. 323-334.

Swanson, E.R. (1979): *Geometric Dilution of Precision*, Journal of the Institution of Navigation, Vol. 25, No. 4, pp. 425-429.

Tobler, W. (1993): *Three presentations on geographical analysis and modeling: Non-isotropic geographic modeling speculations on the geometry of geography global spatial analysis*, National Center for Geographic Information and Analysis Technical Report, Vol. 93, No. 1, pp. 1-24.

Tumas, G. - Ricci, F. (2009): *Personalized mobile city transport advisory system*, Höpken, W. - Gretzel, U. - Law, R. (eds.): Information and Communication Technologies in Tourism, Springer Vienna, pp. 173-183.

Verriest, E.I. (2008): *A variant to Naismith's problem with application to path planning*, in Proceedings of the 17th World Congress, International Federation of Automatic Control (eds. M.J. Chung - P. Misra), pp. 7136-7141.